

2023 год

Цель работы: Определение импеданса, сдвига фаз и измерение ёмкости на разных частотах в резистивно-ёмкостной цепи.

Краткое теоретическое содержание

Изучаемое явление - явление импеданса.

Определения основных физических понятий, объектов, процессов и величин

Переменный ток – это электрический ток, изменяющийся по времени.

Реактивный элемент – устройство, способное накопить электрическую энергию, подведенную к нему в виде напряжения или тока от генератора, и затем отдать её в нагрузку.

Индуктивность – коэффициент пропорциональности между магнитным потоком и величиной этого тока.

Виды сопротивлений: ёмкостное (создаваемое конденсатором), индуктивное (создаваемое катушкой), активное (электрической цепи или её участка), реактивное (элемента схемы, вызванное изменением тока или напряжения из-за индуктивности или ёмкости того элемента) и импеданс.

Ёмкостное сопротивление – величина, характеризующая сопротивление, оказываемое переменному току электрической ёмкостью цепи (или её участка).

Импеданс – комплексное сопротивление между двумя узлами цепи или двухполюсника для гармонического сигнала, аналог электрического сопротивления для гармоничных процессов.

Электрическая ёмкость – характеристика проводника, мера его способности накапливать электрический заряд.

Фазовый сдвиг – разность между начальными фазами двух переменных величин, изменяющихся во времени периодически с одинаковой частотой.

Циклическая частота – скалярная величина, мера частоты вращательного или колебательного движения.

Закон Ома – физический закон, определяющий связь электродвижущей силы источника (или электрического напряжения) с силой тока, протекающего в проводнике, и сопротивлением проводника.

$$I = \frac{U}{R},$$

где I – сила тока (А), U – напряжение (В), R – сопротивление (Ом).

Связь циклической частоты и частоты сигнала:

$$\omega = 2 \pi f$$

Схема установки

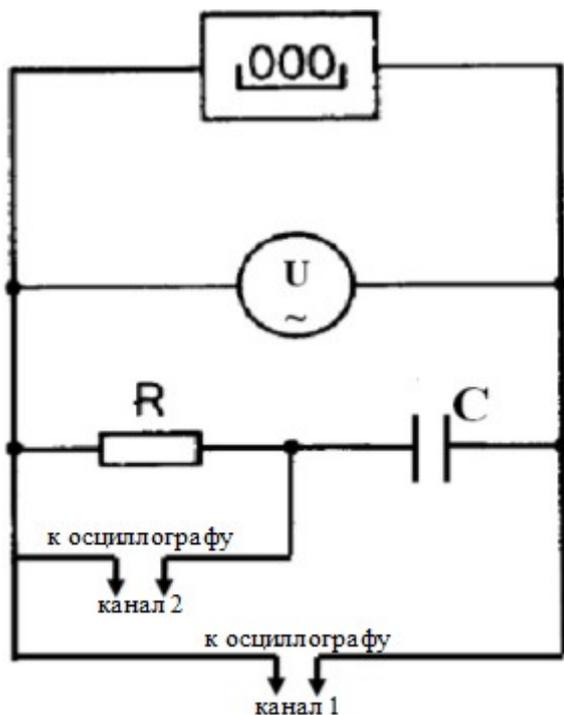


Схема представлена в виде последовательно соединённых резистора R и конденсатора C, замкнутых на источнике переменного тока U. А с учётом подключённых к этой схеме измерительных приборов окончательный вид схемы, где выходы 1 и 2 идут соответственно с резистора и блока питания на осциллограф. К источнику тока (функциональному генератору) параллельно подключён цифровой счётчик.

Основные расчётные формулы

1. Циклическая частота:

$$\omega = 2\pi f$$

2. Ёмкостное сопротивление:

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

3. Ёмкость конденсатора:

$$C = \frac{1}{2\pi f \cdot R \sqrt{\frac{U_m}{U_{Rm}}}}$$

где f – частота (Гц), R – сопротивление резистора (Ом), U_m – амплитудное напряжение (В), U_{Rm} – амплитудное напряжение на резисторе (В).

4. Импеданс (полное сопротивление):

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

где R – сопротивление резистора (Ом), X_C – реактивное сопротивление конденсатора (Ом).

5. Амплитудно-частотная характеристика (действующее значение силы тока в цепи):

$$I_m = \frac{U_m}{Z}$$

где U_m – амплитудное напряжение (В), Z – импеданс цепи (Ом).

6. Теоретический фазовый сдвиг:

$$\varphi_{теор} = \arctg \frac{1}{\omega RC}$$

где ω - циклическая частота (Гц), R – сопротивление цепи (Ом), C – емкость конденсатора (Ф).

7. Измеренный фазовый сдвиг:

$$\varphi_{изм} = \frac{2\pi}{T} t$$

где T – период (с), t – время (с).

где ω - циклическая частота (Гц), C – измеренная емкость конденсатора (Ф).

где f – частота сигнала (Гц).

Формулы для расчёта погрешностей косвенных измерений

Абсолютная погрешность измерений емкости конденсатора:

$$\Delta C_{изм} = C_{изм} \cdot \delta$$

Абсолютная погрешность измерений фазового сдвига

$$\Delta \varphi_{изм} = \varphi_{изм} \cdot \left(\frac{\Delta t}{t} + \frac{\Delta T}{T} \right)$$

Абсолютная погрешность измерений циклической частоты:

$$\Delta \omega = \omega \frac{\Delta f}{f}$$

Абсолютная погрешность измерений емкостного сопротивления:

$$\Delta X_C = X_C \cdot \left(\frac{\Delta f}{f} + \frac{\Delta C_{изм}}{C_{изм}} \right)$$

Абсолютная погрешность измерений силы тока:

$$\Delta I_m = I_m \cdot \left(\frac{\Delta Z}{Z} + \frac{\Delta U_m}{U_m} \right)$$

Абсолютная погрешность измерений импеданса:

$$\Delta Z = Z \cdot \frac{\Delta X_C}{X_C}$$

Погрешности прямых измерений

$$\Delta t = \Delta T = 0,1 \text{ мс}$$

$$\Delta U_m = \Delta U_{Rm} = 0,2 \text{ В}$$

$$\Delta f = 1 \text{ Гц}$$

Исходные данные:

$$R = 200 \text{ Ом,}$$

$$C = 1 \text{ мкФ}$$

Обработка результатов

Таблица 1 - Измерение напряжений и емкостей в RC-цепи

f, кГц	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
U _m , В	4,00	4,00	4,00	4,00	4,00	4,00	4,00	4,00	4,00	4,00
U _{Rm} , В	0,50	1,00	1,40	1,70	2,00	2,10	2,60	2,80	3,00	3,10
C _{изм} , мкФ	1,00	1,03	0,99	0,93	0,92	0,82	0,97	0,98	1,00	0,98
Z, Ом	1604,07	820,52	566,96	445,32	375,93	332,21	302,81	282,10	266,97	255,60

Пример вычисления для опыта 1:

$$C = \frac{1}{2\pi f \cdot R \sqrt{\overline{U_m^2} - \overline{U_{Rm}^2}}}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 0,1 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^{-6}} = 1591,55 \text{ Ом}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{200^2 + 1591,55^2} = 1604,07 \text{ Ом}$$

Таблица 2 - Измерение фазового сдвига в RC-цепи

f, кГц	0,05	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
t, с	5,00	2,20	0,70	0,40	0,20	0,10	0,08	0,04	0,03	0,02	0,0

											1
T, с	19,00	10,00	5,00	3,30	2,50	2,00	1,70	1,40	1,20	1,10	1,00
$\varphi_{\text{изм}}$, рад	1,65	1,38	0,88	0,76	0,50	0,31	0,30	0,18	0,16	0,11	0,06
$\varphi_{\text{теор}}$, рад	1,51	1,45	1,32	1,21	1,11	1,01	0,92	0,85	0,78	0,72	0,67

Пример вычисления для опыта 1:

$$\varphi_{\text{теор}} = \arctg \frac{1}{\omega RC} = \arctg \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 0,05 \cdot 10^3 \cdot 200 \cdot 1 \cdot 10^{-6}} = 1,51 \text{ рад}$$

$$\varphi_{\text{изм}} = \frac{2\pi}{T} t = \frac{2 \cdot \pi \cdot 5}{19} = 1,65 \text{ рад}$$

Вычисление косвенных погрешностей:

$$\Delta C_{\text{изм}} = C_{\text{изм}} \cdot \delta$$

$$\delta = 0,96 \cdot \left(\frac{1}{0,55 \cdot 10^3} + \frac{0,2}{2,02} + \frac{0,2+0,2}{2(4+2,02)} \right) = 0,13 \text{ мкФ}$$

$$\Delta \varphi_{\text{изм}} = \varphi_{\text{изм}} \cdot \left(\frac{\Delta t}{t} + \frac{\Delta T}{T} \right) = 0,57 \cdot \left(\frac{0,1}{0,8} + \frac{0,1}{4,38} \right) = 0,08 \text{ рад}$$

$$\Delta X_C = X_C \cdot \left(\frac{\Delta f}{f} + \frac{\Delta C_{\text{изм}}}{C_{\text{изм}}} \right) = 466,16 \cdot \left(\frac{1}{0,5 \cdot 10^3} + \frac{0,2}{0,96} \right) = 98,05 \text{ Ом}$$

$$\Delta Z = Z \cdot \frac{\Delta X_C}{X_C} = 525,25 \cdot \frac{98,05}{466,16} = 110,48 \text{ Ом}$$

Графический материал

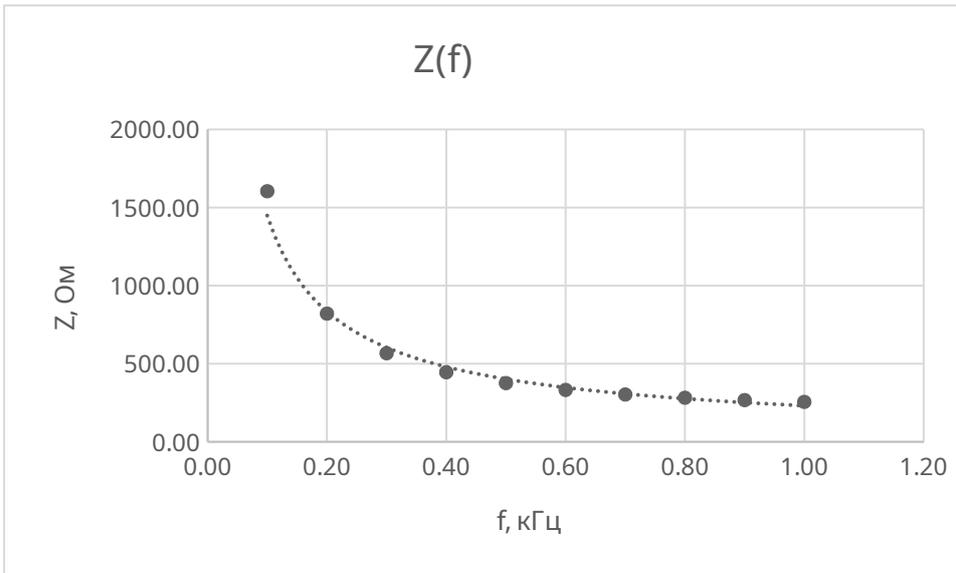


Рис. 1 - Зависимость импеданса от частоты сигнала

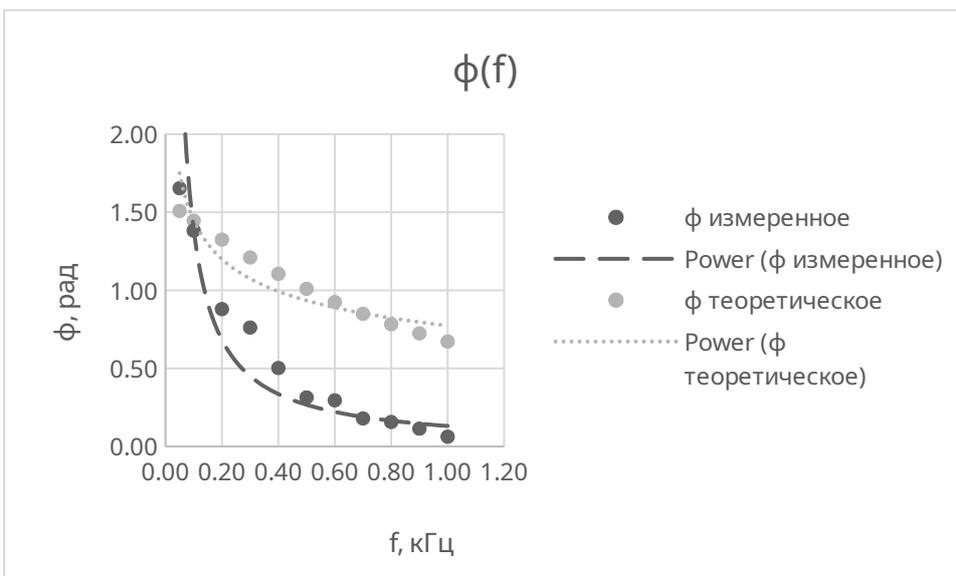


Рис.2 Зависимость сдвига фаз от частоты

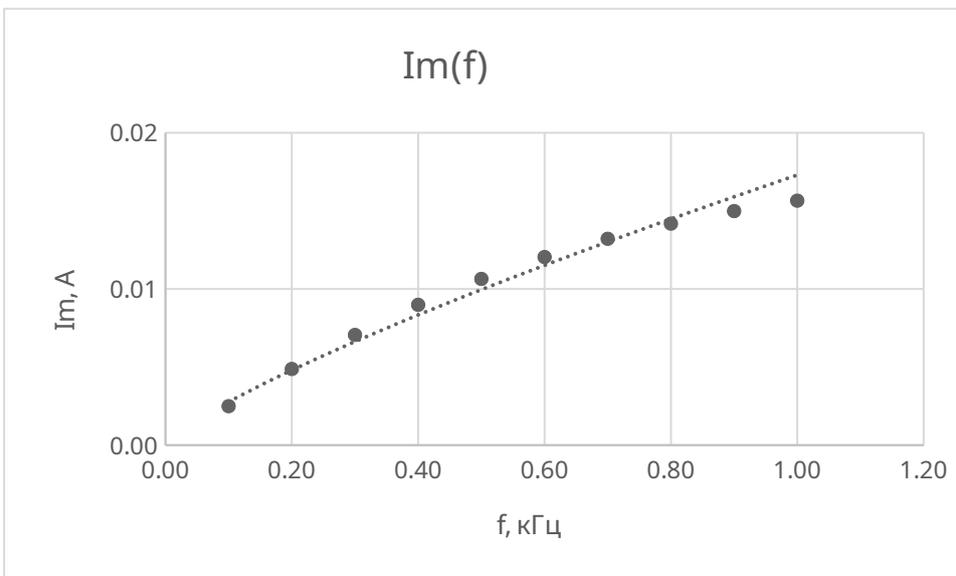


Рис. 2 - Зависимость силы тока от частоты сигнала

Конечные результаты

Емкость конденсатора с учётом абсолютной погрешности

$$C = 0,96 \pm 0,13 \text{ мкФ}$$

Вывод

Вычисленное среднее значение емкости конденсатора $C = 0,96 \text{ мкФ}$ отличается от заданной емкости в 1 мкФ на 4%

Построенные графики зависимостей полного сопротивления цепи, фазового сдвига, силы тока в цепи от частоты отражающие следующие зависимости:

- 1) при увеличении частоты импеданс уменьшается;
- 2) при увеличении частоты фазовый сдвиг уменьшается
- 3) при увеличении частоты сила тока возрастает.